Optimális mérési elrendezés hidraulikus hálózatokon

MaSzeSz Juniuor Szimpózium

Wéber Richárd
PhD hallgató, III. félév

BME, GPK,
Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék

Budapest, 2018

Témavezető: Dr. Hős Csaba, egyetemi docens

Tartalom

- Bevezetés
  - Célkitűzések
  - Hidraulikai alapok, érzékenység
- Hidraulikai modell kalibrálás
  - Érdesség, fogyasztás esetén
  - Lineáris egyenletrendszer megoldása nem négyzetes mátrix esetén, Moore-Penrose pszeudoinverz
- Szenzorelhelyezés
  - Hibaterjedés csökkentése
  - Kovariancia mátrix

Bevezetés

Hidraulikus hálózat

- Adott egy hidraulikus hálózat (tipikusan ivóvízhálózat) n csomóponttal.
- Topológiai adatok, hidraulikus paraméterek víziközmű cégek térinformatikai rendszeréből kinyerhetők.

Probléma definiálása

Kalibrálás

- Csövek névleges adati (átmérő, hossz, anyag, fektetési év) érhetők el, ebből kell érdességet becsülni.
- Kalibrálási módszer kidolgozása
- Optimális mérési pontok meghatározása kalibráláshoz.

Nyomásfelügyelet

- Havi átlagfogyasztásból számolt becsült értékek elérhetők, napi ingadozások ismerete nem életszerű.
- Nyomásmező számolása fogyasztás identifikációval.
- Optimális mérési pontok meghatározása fogyasztás identifikációhoz.

Hidraulikai modellezés

- 1D modellezés: ágak és csomópontok.
- Ágakra (pl. cső, szivattyú, tolózár) energiamegmaradás:

$$p_e - p_v = f(Q)$$

- Csomópontokra anyagmegmaradás:

$$\sum Q_{be} - \sum Q_{ki} = d$$

- Ezekből felépíthető egy $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ nemlineáris egyenletrendszer, mely megoldása numerikusan történik Newton-módszerrel.

Érzékenység definíciója és számolása

S érzékenységi mátrix: egy változónak (x, jellemzően p, Q) egy hidraulikai paramétertől (μ, tipikusan d, λ, D) való függése, matematikailag kiírva:

$$S = \left[\frac{\partial x_j}{\partial \mu_i}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \mu_1} & \cdots & \frac{\partial x_a}{\partial \mu_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_1}{\partial \mu_b} & \cdots & \frac{\partial x_a}{\partial \mu_b} \end{bmatrix}$$

Számolás: $\mathbf{F}(\mathbf{x}(\boldsymbol{\mu}), \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0} \rightarrow \underbrace{\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}}_{Jacobi} \underbrace{\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mu_i}}_{S_{i\cdot}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mu_i} = \mathbf{0}$

Feladat pontosítása

- Rendelkezésre áll m darab nyomástávadó (tipikusan $m \ll n$), melyek hibája $\mathcal{N}(0, \sigma)$.

Feladat pontosítása

- Rendelkezésre áll m darab nyomástávadó (tipikusan $m \ll n$), melyek hibája $\mathcal{N}(0, \sigma)$.
- Kalibrálási feladat: keressük azt a paraméter eloszlást, melyből hidraulikai számítás ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$) után olyan nyomáseloszlást kapunk, ami kielégíti a mérést is.

Feladat pontosítása

- Rendelkezésre áll m darab nyomástávadó (tipikusan $m \ll n$), melyek hibája $\mathcal{N}(0, \sigma)$.
- Kalibrálási feladat: keressük azt a paraméter eloszlást, melyből hidraulikai számítás ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$) után olyan nyomáseloszlást kapunk, ami kielégíti a mérést is.
- Amennyiben kevesebb mérés áll rendelkezésre, mint paraméter, hogyan oldható meg a feladat?

Feladat pontosítása

- Rendelkezésre áll m darab nyomástávadó (tipikusan $m \ll n$), melyek hibája $\mathcal{N}(0, \sigma)$.
- Kalibrálási feladat: keressük azt a paraméter eloszlást, melyből hidraulikai számítás ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$) után olyan nyomáseloszlást kapunk, ami kielégíti a mérést is.
- Amennyiben kevesebb mérés áll rendelkezésre, mint paraméter, hogyan oldható meg a feladat?
- A mérési bizonytalanság hogyan terjed tovább a kalibrált értékekre, illetve az abból számolt hidraulikai változókra?

Feladat pontosítása

- Rendelkezésre áll m darab nyomástávadó (tipikusan $m \ll n$), melyek hibája $\mathcal{N}(0, \sigma)$.
- Kalibrálási feladat: keressük azt a paraméter eloszlást, melyből hidraulikai számítás ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$) után olyan nyomáseloszlást kapunk, ami kielégíti a mérést is.
- Amennyiben kevesebb mérés áll rendelkezésre, mint paraméter, hogyan oldható meg a feladat?
- A mérési bizonytalanság hogyan terjed tovább a kalibrált értékekre, illetve az abból számolt hidraulikai változókra?
- Hogyan válasszuk ki úgy a mérési pontokat, hogy a μ kalibrált értékek (vagy a p modell eredmények) hibája minimális legyen?

Kalibráció

Kalibráció I.

- Tegyük fel, hogy az ellenség megmondta hol mérjünk és elvégeztük a mérést. Ekkor rendelkezésre áll m db mérés, mellyel szeretnénk meghatározni minden cső (l db, jellemzően $l \gg m$) súrlódási tényezőjét.
- Felhasználhatjuk a nyomás-súrlódási tényező érzékenységi mátrixot:

$$\mathbf{S}^T_{\lambda,r} \underbrace{(\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_n)}_{\Delta\boldsymbol{\lambda}} = \underbrace{\mathbf{p}_m - \mathbf{p}_n}_{\Delta\mathbf{p}},$$

ahol $\mathbf{S}^T_{\lambda,r}$ m x l méretű.

Moore-Penrose pszeudoinverz

- Hordozza a hagyományos invertálás legtöbb tulajdonságát.
- Feltétel, hogy a mátrix rangja megegyezzen az $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{mxl}$ kisebbik méretével.

Definíció

Ha $m < l$, akkor $\mathbf{A}^{+} = \mathbf{A}^{T}\left(\mathbf{A}\mathbf{A}^{T}\right)^{-1}$

- Alulhatározott esetben $(m < l)$ legkisebb norma

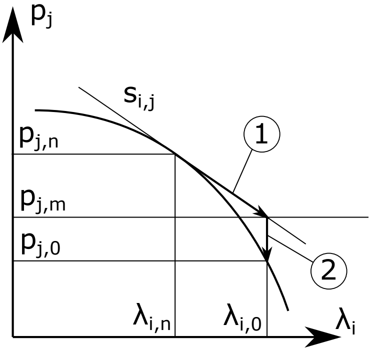
Kalibráció II.

- Ez alapján

$$\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_n = \left(\mathbf{S}_{\lambda,r}^T\right)^+ (\mathbf{p}_m - \mathbf{p}_n)\,,$$

- ezzel azonban letérünk a hálózat jelleggörbéjéről, ezért az új csősúrlódási paraméterekkel újabb állandósult állapotbeli számítást végzünk ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$), azaz frissítjük $\mathbf{S}$-et és $\mathbf{p}_n$-t
- Ezzel az iterációval meghatározzuk azt a csősúrlódási tényező eloszlást, mellyel olyan nyomáseloszlást kapunk, ami megegyezik a mért pontokban a mérési eredményekkel.

Kalibráció vizuálisan



Iteráció lépései:

1. $\mathbf{p}_m \to \boldsymbol{\lambda}_0$
2. $\boldsymbol{\lambda}_0 \to \mathbf{p}_0$
3. $\mathbf{p}_0 \to \boldsymbol{\lambda}_1$

Tipikusan néhány iterációs lépés után konvergál.

Hibaterjedés

- Amennyiben $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathcal{O}(\mathbf{x}^2)$ és $\mathbf{x}$ "kicsi",

$$\mathbf{Cov}(\mathbf{y}) = \mathbf{A}\mathbf{Cov}(\mathbf{x})\mathbf{A}^T,$$

- ahol a **Cov** a kovariancia mátrix

$$\mathbf{Cov}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \rho_{x_1,x_2} & \cdots & \rho_{x_1,x_n} \\ \rho_{x_2,x_1} & \sigma_{x_2}^2 & \cdots & \rho_{x_2,x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{x_n,x_1} & \cdots & \cdots & \sigma_{x_n,x_n}^2 \end{bmatrix}$$

- és $\mathbf{A} = \dfrac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}$.

Hibaterjedés minimalizálása

Skalár célfüggvénynek két mennyiséget definiálunk:

- A-optimalitás: a számolt változó átlagos hibájának minimalizálása, vagyis a nyom minimalizálása

  $f_1 = \mathrm{tr}(\mathbf{Cov}(\mathbf{y}))$ cél: $min(f_1)$

- D-optimalitás: kovariancia mátrix determináns minimalizálás

  $f_2 = \det(\mathbf{Cov}(\mathbf{y})))$ cél: $min(f_2)$

Méréstervezés kalibráláshoz

- A mért nyomásértékek kovariancia mátrixa felírható

$$\mathbf{Cov}(\mathbf{p_m}) = \sigma^2 \mathbf{I}.$$

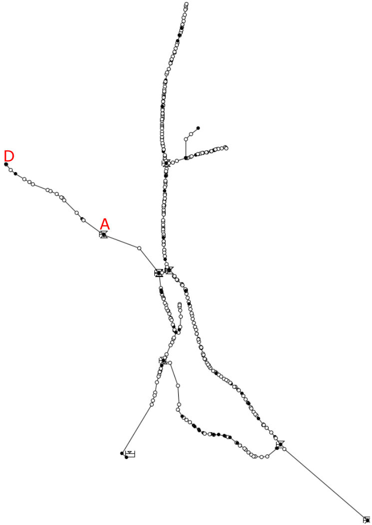
- A számolt csősúrlódási tényező kovariancia mátrixa meghatározható a bemutatott hibaterjedés alapján

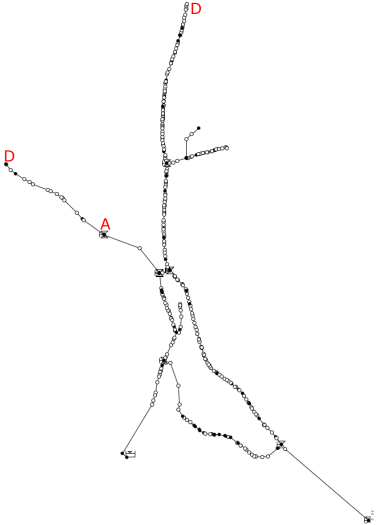
$$\mathbf{Cov}(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{J}\mathbf{Cov}(\mathbf{p}_m)\mathbf{J}^T = \sigma^2 \mathbf{J}\mathbf{J}^T,$$

- ahol a $\mathbf{J}$ mátrix megegyezik az előbb látott redukált érzékenységi mátrixszal, tehát

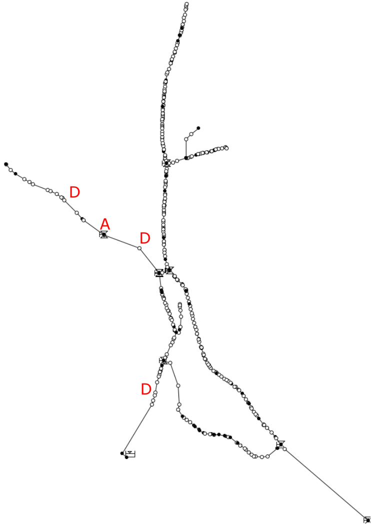
$$\mathbf{Cov}(\boldsymbol{\lambda}) = \left(\mathbf{S}_{\lambda,r}^T\right)^+ \mathbf{Cov}(\mathbf{p}_m)\mathbf{S}_{\lambda,r}^+ = \sigma^2 \left(\mathbf{S}_{\lambda,r}^T\right)^+ \mathbf{S}_{\lambda,r}^+.$$

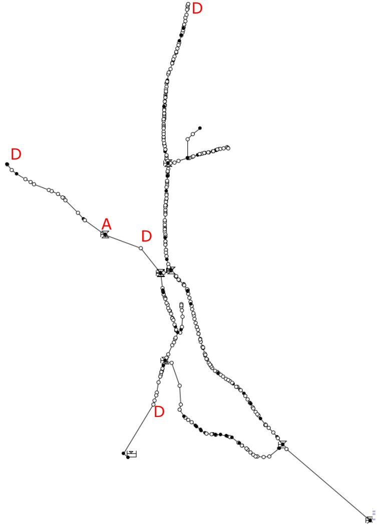
Példa: szenzorelhelyezés Balfon I.





Példa: szenzorelhelyezés Balfon II.





Nyomásfelügyelet

Nyomáseloszlás számítása I.

- Tegyük fel, hogy az ellenség adott m pontból nyomásmérést, ezekhez szeretnénk megtalálni azt a fogyasztáseloszlást, mely olyan nyomáseloszlást eredményez, ahol a mérési pontokban kielégíti a mérési eredményt.
- Hasonlóan az előzőekhez, csak most a fogyasztásokkal:

$$\mathbf{S}_{d,r}^{T}\left(\mathbf{d}-\mathbf{d}_{n}\right)=\mathbf{p}_{m}-\mathbf{p}_{n},$$

ahol $\mathbf{S}_{d,r}^{T}$ m x n méretű és $\mathbf{d}$ jelöli a fogyasztásokat.

Méréstervezés nyomásfelügyelethez I.

- Most a kalibrált modellből visszaszámolt nyomásértékek hibájára vagyunk kíváncsiak, vagyis

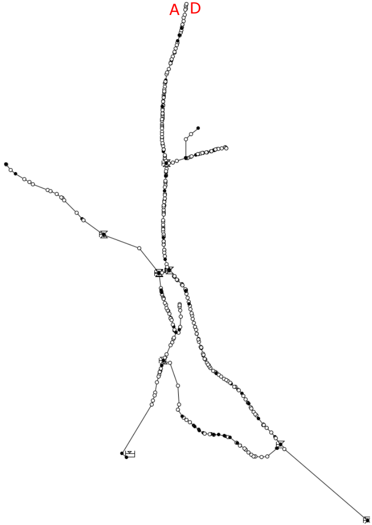
$$\mathbf{Cov}(\mathbf{p}) = \mathbf{J}_2 \underbrace{\mathbf{J}_1 \mathbf{Cov}(\mathbf{p}_m) \mathbf{J}_1^T}_{\mathbf{Cov}(\mathbf{d})} \mathbf{J}_2^T,$$

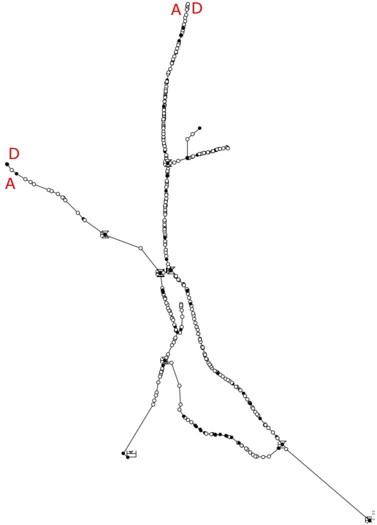
ahol $\mathbf{J}_1 = \left(\mathbf{S}_{d,r}^T\right)^+$ és $\mathbf{J}_2 = \mathbf{S}_d^T$.

- Behelyettesítve és felhasználva a mérés kovariancia mátrixát

$$\mathbf{Cov}(\mathbf{p}) = \sigma^2 \mathbf{S}_d^T \left(\mathbf{S}_{d,r}^T\right)^+ \left(\mathbf{S}_{d,r}\right)^+ \mathbf{S}_d$$

Példa: szenzorelhelyezés Balfon I.





Összefoglalás, megjegyzések

Összefoglalás

- Módszert dolgoztunk ki kalibrálásra, mely a mérést kielégítő, becsléshez legközelebb álló paramétereloszlást adja meg.
- Szenzorelhelyezési stratégia hibaterjedés minimalizálásával.

Megjegyzések

- A kalibrálás kimenetele függ a becsléstől, de ez kiküszöbölhető.
- Mennyi idő elteltével tekinthető függetlennek két mérés ugyanabban a pontban?
- Fontos: a szenzorelhelyezés csak az ingadozás mértékét csökkenti.

Köszönöm a figyelmet!